

- § 1. Зоря Вега розташована на відстані 26,4 св. року від Землі. Скільки років летіла б до неї ракета з постійною швидкістю 30 км/с?

Дано:

$$D = 26,4 \text{ св. року}$$

$$c = 300\,000 \text{ км/с}$$

$$V = 30 \text{ км/с}$$

$$t = ?$$

Розв'язання:

$$t = \frac{cD}{V} = 264\,000 \text{ років.}$$

Швидкість ракети в 10000 разів менша, ніж швидкість світла, тому космонавти будуть летіти до Веги у 10000 разів довше.

- § 2. Опівдні ваша тінь у два рази менша, ніж ваш зріст. Визначте висоту Сонця над горизонтом.

Дано:

$$H = 2L$$

$$h = ?$$

Розв'язання:

Висота Сонця h вимірюється кутом між площиною горизонту та напрямком на світило. З прямокутного трикутника, де катетами є L (довжина тіні) та H (ваш зріст), знаходимо

$$h = \arctg(H/L) = \arctg 2 = 63^\circ 26'.$$

- § 3. На скільки відрізняється місцевий час у Сімферополі від київського часу?

Дано:

$$\lambda_K = 30^\circ = 2 \text{ год } 00 \text{ хв}$$

$$\lambda_C = 34^\circ 06' = 2 \text{ год } 16 \text{ хв}$$

$$\Delta T = ?$$

Розв'язання:

$$\text{Взимку } \Delta T = T_C - T_K = \lambda_C - \lambda_K = 16 \text{ хв.}$$

Тобто взимку місцевий час у Сімферополі випереджає київський час. Весною стрілки всіх годинників у Європі переводять на 1 год вперед, тому київський час випереджає на 44 хв місцевий час у Сімферополі.

- § 4. Астероїд Амур рухається по еліпсу з ексцентриситетом 0,43. Чи може цей астероїд зіткнутися із Землею, якщо його період обертання навколо Сонця дорівнює 2,66 року?

Дано:

$$T = 2,66 \text{ року}$$

$$e = 0,43$$

$$r_{\min} = ?$$

Розв'язання:

Астероїд може зустрітися із Землею, якщо він перетнеться з орбітою Землі, тобто якщо відстань у перигелії $r_{\min} \leq 1 \text{ а. о.}$

1. За допомогою третього закону Кеплера визначаємо велику піввісь орбіти астероїда:

$$a_1 = a_2 (T_1/T_2)^{2/3},$$

де $a_2 = 1$ а. о. — велика піввісь орбіти Землі; $T_2 = 1$ рік — період обертання Землі навколо Сонця.

$$a_1 = T_1^{2/3} = T^{2/3} = 1,92 \text{ а. о.}$$

2.



Рис. П.1.

$$a = c + r_{\min};$$

$$c = ea;$$

$$r_{\min} = a(1 - e);$$

$$r_{\min} = 1,09 \text{ а. о.}$$

Відповідь. Астероїд Амур не перетне орбіту Землі, тому не може зіткнутися із Землею.

- § 5. На якій висоті над поверхнею Землі має обертатися геостационарний супутник, який висить над однією точкою Землі?

Дано:

$T = 1$ доба

$H = ?$

1.

За допомогою третього закону Кеплера визначаємо велику піввісь орбіти супутника:

Розв'язання:

$$a_1 = a_2 (T_1/T_2)^{2/3},$$

де $a_2 = 380\,000$ км — велика піввісь орбіти Місяця; $T_1 = 1$ доба — період обертання супутника навколо Землі; $T_2 = 27,3$ доби — період обертання Місяця навколо Землі.

$$a_1 = 41\,900 \text{ км.}$$

2. $H = a_1 - R_{\oplus} = 35\,500$ км.

Відповідь. Геостационарні супутники обертаються із заходу на схід у площині екватора на висоті 35 500 км.

- § 6. Чи можуть космонавти з поверхні Місяця неозброєним оком побачити Чорне море?

Дано:

$D = 1000$ км

$L = 380\,000$ км

$\alpha = ?$

Розв'язання:

Визначаємо кут, під яким із Місяця видно Чорне море. З прямокутного трикутника, у якому катетами є відстань до Місяця і діаметр Чорного моря, визначаємо кут:

$$\alpha = \arctg(D/L) \approx 9'.$$

Відповідь. Якщо в Україні день, то з Місяця Чорне море можна побачити, бо його кутовий діаметр більший від роздільної здатності ока.

§ 8. На поверхні якої планети земної групи вага космонавтів буде найменшою?

Розв'язання:

$$P = mg; \quad g = GM/R^2,$$

де G — гравітаційна стала; M — маса планети, R — радіус планети. Найменша вага буде на поверхні тієї планети, де менше прискорення вільного падіння. З формули $g = GM/R^2$ визначаємо, що на Меркурії $g = 3,78 \text{ м/с}^2$, на Венері $g = 8,6 \text{ м/с}^2$, на Марсі $g = 3,72 \text{ м/с}^2$, на Землі $g = 9,78 \text{ м/с}^2$.

Відповідь. Вага буде найменшою на Марсі — у 2,6 разу меншою, ніж на Землі.

§ 12. Коли, взимку чи влітку, у вікно вашої квартири опівдні потрапляє більше сонячної енергії? Розгляньте випадки: А. Вікно виходить на південь; Б. Вікно виходить на схід.

Розв'язання:

А. Кількість сонячної енергії, яку отримує одиниця поверхні за одиницю часу, можна обчислити за допомогою такої формули:

$$E = q \cos i,$$

де q — сонячна стала; i — кут падіння сонячних променів.

Стіна розташована перпендикулярно до горизонту, тому взимку кут падіння сонячних променів буде меншим. Отже, як це не дивно, взимку у вікно вашої квартири від Сонця надходить більше енергії, ніж улітку.

Б. Якщо вікно виходить на схід, то сонячні промені опівдні ніколи не освітлюють вашу кімнату.

§ 13. Визначте радіус зорі Вега, яка випромінює у 55 разів більше енергії, ніж Сонце. Температура поверхні становить $11\,000 \text{ К}$. Який вигляд мала б ця зоря на нашому небі, якби вона світила на місці Сонця?

Дано:

$$L = 55$$

$$T = 11\,000 \text{ К}$$

$$R = ?$$

Розв'язання:

Радіус зорі визначають за допомогою формули (13.11):

$$\frac{R}{R_{\odot}} = \frac{T_{\odot}^2}{T^2} \sqrt{L},$$

де $R_{\odot} = 695\,202 \text{ км}$ — радіус Сонця; $T_{\odot} = 6000^{\circ}\text{С}$ — температура поверхні Сонця.

$$\frac{T_{\odot}^2}{T^2} \sqrt{L} \approx 2; \quad R = R_{\odot} \approx 1\,400\,000 \text{ км}$$

Відповідь. Зоря Вега має радіус у 2 рази більший, ніж у Сонця, тому на нашому небі вона мала б вигляд синього диска з кутовим діаметром 1° . Якби Вега світила замість Сонця, то Земля отримувала б у 55 разів більше енергії, ніж тепер, і температура на її поверхні була б вищою за 1000°С . Таким чином, умови на нашій планеті стали б непридатними для будь-яких форм життя.